МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Саратовской области

Администрация Ершовского муниципального района

МОУ «СОШ №2 г.Ершова Саратовской области
им.Героя Советского Союза Зуева М.А.»

Рассмотрено на заседании педагогического совета школы протокол №1 от 29 августа 2023г.	«Согласовано» Заместитель руководителя МОУ «СОШ №2 г.Ершова» ____________/Царева С.К./ от 29 августа 2023г.	«Утверждаю» Директор МОУ «СОШ№2г.Ершова Саратовской области им.Героя Советского Союза Зуева М.А.» Тихова Ю.А. приказ № 255 от «30» августа 2023г.

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ "СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №2 Г. ЕРШОВА САРАТОВСКОЙ ОБЛАСТИ ИМ. ГЕРОЯ СОВЕТСКОГО СОЮЗА ЗУЕВА М.А."
г.Ершов
2023-11-07 10:19:07

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

факультативного курса

«Уравнения, содержащие знак модуля»

для обучающихся 11 класса

Ершов 2023

Пояснительная записка

В профильной школе математика занимает весьма важное место. Раньше учитель математики в школе мог еще как-то в определенном смысле отстраниться от вопросов сдачи его выпускником вступительного экзамена в вуз и сосредоточиться только на выпускном экзамене в школе. Теперь на него возлагается ответственность, не только за то, как ученик сдаст выпускной экзамен, но и за то, как успешно он сдаст вступительный экзамен в вуз.

Математика - предмет, изучающийся с первого по выпускной класс; объем информации, которой должен оперировать старшеклассник по математике, чрезвычайно велик. Следовательно, велик и объем накопившихся у учащихся за годы обучения пробелов. Устранение этих пробелов, к сожалению, становится чаще всего основной задачей учителей, работающих в выпускных классах. Поэтому, представляется необходимость в ведении элективных курсов.

Кафедрой математики ЛИЕН разработана блочно-модульная программа по математике для 11-х классов одного года обучения. Программа, разработанная в соответствии с государственным стандартом образования и утвержденная учёным советом СГАУ им. Н.И.Вавилова, позволяет организовать сочетание изучения учебного материала на уроке и во внеурочное время. Чтобы учащимся старших классов легче было повторить, освоить и закрепить изучение различных тем по математике, преподаватели лицея предлагают учащимся несколько элективных курсов.

Элективный курс «Уравнения, содержащие знак модуля» направлен на развитие содержания и дополнения профильного курса до углубленного курса и предназначен для учащихся 11 класса, пожелавших систематизировать и углубить свои знания по теме. Курс посвящён уравнениям, содержащим знак модуля, т.к., несмотря на кажущуюся простоту решений уравнений такого типа, их решения нередко вызывают у учащихся затруднения, кроме того задания подобного типа регулярно встречаются среди заданий, предлагаемых на тестах ЦТ. Знания, полученные при изучении темы, необходимы учащимся при обучении в вузе.

Изучение материала курса разбито на два блока: базовый и расширенный. Базовый блок, необходимый каждому учащемуся, предполагается изучать на уроке, а расширенный блок - во внеурочное время, по мере изучения текущего и повторения ранее изученного материала.

Базовый блок посвящен изучению алгоритмов решения основных типов уравнений, содержащих знак модуля, и состоит из трёх сдвоенных уроков:

1. Урок-лекция «Уравнения: уравнения следствия, равносильные уравнения, уравнения, содержащие знак модуля вида $|f(x)| = a, a \in R$».
2. Урок-лекция «Уравнения, содержащие знак модуля вида: $|f(x)| = |g(x)|$; $|f(x)| = g(x)$; $|f_1(x)| + |f_2(x)| + \ldots + |f_n(x)| = g(x)$».
3. Урок-практикум «Решение различных видов уравнений, содержащих знак модуля».

К урокам разработаны и подготовлены:

1. Информационная карта урока (раздаётся на уроке каждому учащемуся).

2. Самостоятельные работы и многовариантные разноуровневые тесты, контролирующие изучение материала.

3. Мультимедийные презентации.

Основным учебным пособием, используемым для организации работы учащихся при изучении базового блока, как на уроке, так и при выполнении домашнего задания, является учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов».

Расширенный блок курса посвящен решению различного вида уравнений, сводящихся к уравнениям, содержащим знак модуля, и уравнениям с параметром, содержащим знак модуля. На восьми сдвоенных уроках рассматриваются тригонометрические, иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, сводящиеся к уравнениям, содержащим знак модуля. На изучение уравнений каждого типа отводится два сдвоенных урока. На первом уроке обобщается, систематизируется и расширяется объём знаний учащихся по теме, на втором уроке закрепляется навык решения уравнений соответствующего типа. На пяти сдвоенных уроках рассматриваются тригонометрические, иррациональные, показательные и логарифмические уравнения с параметром, сводящиеся к уравнениям, содержащим знак модуля. Задачи с параметрами играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры у учащихся, но их решение вызывает у них затруднения. Это связано с тем, что каждое уравнение с параметром представляет собой целый класс обычных уравнений, для каждого из которых должно быть получено решение. Такие задачи постоянно предлагаются на ЕГЭ и на вступительных экзаменах. В планах урока приведёны материалы учебных пособий, которые можно использовать на уроке. Большой набор заданий позволяет использовать их для разноуровневых групп учащихся.

Проверка качества знаний учащихся по этому блоку курса проходит в виде:

- создания многовариантных разноуровневых тестов, которые могут быть использованы преподавателями и учащимися в своей дальнейшей работе;
- создания мультимедийных презентаций, которые вновь пришедшие лицеисты могут использовать для самообразования или повторения материала, изученного ранее;
- защиты творческих работ «Поможем подготовиться к экзамену».

Оценка выставляется после защиты своей работы на итоговом занятии.

Данный элективный курс дополняет научно-исследовательскую работу с учащимися. Зачётные работы, выполненные учащимися в рамках данного курса под руководством автора-разработчика, представляются на конференции и конкурсы различных уровней.

Учебно-тематический план

№ п/п	Блок	Содержание	Количество часов	Форма проведения	Образовательный продукт
1	**Базовый**	**1.1** «Уравнения: уравнения следствия, равносильные уравнения, уравнения, содержащие знак модуля вида $\lvert\mathbf{f(x)}\rvert = \mathbf{a}, \mathbf{a} \in \mathbf{R}$».	2	Лекция с использованием мультимедиа	Конспект лекции
		1.2 «Уравнения, содержащие знак модуля вида: $\lvert\mathbf{f(x)}\rvert = \lvert\mathbf{g(x)}\rvert$; $\lvert\mathbf{f(x)}\rvert = \mathbf{g(x)}$; $\lvert\mathbf{f_1(x)}\rvert + \lvert\mathbf{f_2(x)}\rvert + K + \lvert\mathbf{f_n(x)}\rvert = \mathbf{g}$». В начале урока самостоятельная работа по материалу лекции №1(10 мин.).	2	Лекция с использованием мультимедиа	Конспект лекции
		1.3 «Решение различных видов уравнений, содержащих знак модуля». Вначале урока самостоятельная работа по материалу лекции №2 (10 мин.). В конце урока самостоятельная работа по материалу, изучаемому на уроке (15 мин.).	2	Практикум	
2	**Расширенный**	**2.1** Тригонометрические уравнения, содержащие знак модуля.	2	Лекция	Конспект лекции
		2.2 Тригонометрические уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	Творческие работы
		2.3 Иррациональные уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Лекция	Конспект лекции
		2.4 Иррациональные уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	Творческие работы
		2.5 Показательные уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Лекция	Конспект лекции
		2.6 Показательные уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	Творческие работы

		2.7 Логарифмические уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Лекция	Конспект лекции
		2.8 Логарифмические уравнения, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	Творческие работы
		2.9 Линейные и квадратные уравнения с параметром, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	
		2.10 Тригонометрические уравнения с параметром, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	
		2.11 Иррациональные уравнения с параметром, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	
		2.12 Показательные уравнения с параметром, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	
		2.13 Логарифмические уравнения с параметром, содержащие знак модуля.	**2**	Практикум	
		2.14 Итоговое зачётное занятие	**2**		Тесты, презентации, творческие работы.
	Итого		**34**		

Список использованной литературы

1. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Москва «Просвещение».
2. «Алгебра и начала анализа: Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений» С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. Москва «Просвещение».
3. «Алгебра и начала анализа: Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений» С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. Москва «Просвещение».
4. О.Н. Доброва «Задания по алгебре и математическому анализу» Пособие для учащихся 9-11 классов общеобразовательных учреждений. Москва «Просвещение».
5. «Углубленное изучение алгебры и математического анализа. Методические рекомендации и дидактические материалы. Пособие для учителя» под редакцией М.Л. Галицкого. Москва «Просвещение».
6. А.Х. Шахмейстер «Задачи с параметрами в ЕГЭ» Материалы для подготовки Пособие для школьников, абитуриентов и учителей.
7. А.Х. Шахмейстер «Уравнения и неравенства с параметрами».
8. В.В. Локоть «Задачи с параметрами».

Список рекомендуемой литературы

1. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Москва «Просвещение».
2. «Алгебра и начала анализа: Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений» С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. Москва «Просвещение».
3. «Алгебра и начала анализа: Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений» С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. Москва «Просвещение».
4. О.Н. Доброва «Задания по алгебре и математическому анализу» Пособие для учащихся 9-11 классов общеобразовательных учреждений. Москва «Просвещение».
5. «Углубленное изучение алгебры и математического анализа. Методические рекомендации и дидактические материалы. Пособие для учителя» под редакцией М.Л. Галицкого. Москва «Просвещение».
6. А.Х. Шахмейстер «Задачи с параметрами в ЕГЭ» Материалы для подготовки Пособие для школьников, абитуриентов и учителей
7. А.Х. Шахмейстер «Уравнения и неравенства с параметрами».
8. В.В. Локоть «Задачи с параметрами».
9. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике за курс средней школы».
10. Тесты ЦТ и ЕГЭ различных лет.

Приложение 1

Базовый блок курса

Лекция №2 (часть II)

Уравнения: уравнения, содержащие знак модуля

Цель лекции.

Рассмотреть алгоритмы решения уравнений, содержащих знак модуля; сформировать навык решения уравнений, содержащих знак модуля.

План лекции

Алгоритмы решения уравнений, содержащих знак модуля:

- $|\mathbf{f(x)}| = |\mathbf{g(x)}|$
- $|\mathbf{f(x)}| = \mathbf{g(x)}$
- $|\mathbf{f_1(x)}| + |\mathbf{f_2(x)}| + \ldots + |\mathbf{f_n(x)}| = \mathbf{g(x)}$

1. Проверка домашнего задания:

1. Работа по слайду (фронтальная беседа по вопросам).
1. Какие выражения называются уравнениями?
2. Что называется корнем уравнения?
3. Что, значит, решить уравнение?
4. Из предложенных уравнений выберите:

а) пару равносильных уравнений;

б) уравнение и уравнение следствие.

$-2x^2-3=0$	$3x+4=10$	$\|2x+5\|=-7$	$x^2-5x+6=0$

5. Сформулируйте алгоритм решения уравнений типа $|f(x)|=a, a\in R$.

Решите уравнение.

$\|x+5\|=-2$	$\|x\|=x$	$\|x^2-2x-3\|=-1$	$\|x\|=-x$
Уравнение корней не имеет	$x\ge 0$	Уравнение корней не имеет	$x\le 0$
$\|x\|=-(x-2)^2$	$\|x+2\|+(x+2)^2=0$	$\|x\|=-\|x-1\|$	$\frac{\|x\|}{x}=1$
Уравнение корней не имеет	$x=-2$	Уравнение корней не имеет	$x>0$

$\|x\|=a$	$a<0$, то уравнение корней не имеет	$\|x\|=-a$	$a<0, \left[\begin{array}{l} x=a, \\ x=-a. \end{array}\right.$
	$a=0$, $x=0$		$a=0$, $x=0$
	$a>0, \left[\begin{array}{l} x=a, \\ x=-a. \end{array}\right.$		$a>0$, то уравнение корней не имеет
$\|x\|=-a^2$	$a\ne 0$, то уравнение корней не имеет	$\|x\|+\|a\|=0$	$a\ne 0$, то уравнение корней не имеет
	$a=0$, $x=0$		$a=0$, $x=0$

2. 1) Самостоятельная работа по вариантам.

2) Проверка номеров из домашней работы:

1. М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 №5.7 а);

2. В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И.Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I.» §5 стр. 88 № 1.

2. Изучение нового материала.

Алгоритм решения уравнения $|f(x)|=|g(x)|$

I способ. Уравнение $|f(x)|=|g(x)|$ равносильно совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} f(x)=g(x), \\ f(x)=-g(x). \end{array}\right.$

II способ. Уравнение $|f(x)|=|g(x)|$

$$f^2(x)-g^2(x)=0,$$

$$\big(f(x)-g(x)\big)\big(f(x)+g(x)\big)=0,$$

$$\left[\begin{array}{l} f(x)-g(x)=0, \\ f(x)+g(x)=0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} f(x)=g(x), \\ f(x)=-g(x). \end{array}\right.$$

III способ. По определению модуля уравнение $|f(x)| = |g(x)|$ равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) = |g(x)|; \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) < 0, \\ f(x) = -|g(x)|; \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) < 0, \\ f(x) = -g(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) \geq 0, \\ -f(x) = g(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

Пример 1. $|5x-4| = |3x+2|$ **(ЦТ 2002 г.).**

Решение

$|5x-4| = |3x+2|$

$$\left[\begin{array}{l} 5x-4 = 3x+2, \\ 5x-4 = -3x-2; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 2x = 6, \\ 8x = 2; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = 3, \\ x = 0{,}25. \end{array}\right.$$

Ответ: 3;0,25.

Пример 2. $|x^2-3x| = |x-3|$

Решение

$|x^2-3x| = |x-3|$

$$\left[\begin{array}{l} x^2-3x = x-3, \\ x^2-3x = -x+3; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x^2-4x+3 = 0. \\ x^2-2x-3 = 0; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = 3, \\ x = -1, \\ x = 3; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \pm 1, \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Ответ: $\pm 1;3.$

Алгоритм решения уравнения $|f(x)| = g(x).$

I способ. По определению модуля действительного числа уравнение $|f(x)| = g(x)$ равносильно совокупности $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) < 0, \\ f(x) = -g(x). \end{cases} \end{array}\right.$

II способ. Уравнение $|f(x)| = g(x)$ равносильно системе $\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right. \end{cases}$

Пример 1. $|x+2| = 2(3-x).$

Решение:

$|x+2| = 2(3-x),$

$$\begin{cases} 3-x \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x+2 = 2(3-x), \\ x+2 = -2(3-x); \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \le 3, \\ \left[\begin{array}{l} x+2 = 6-2x, \\ x+2 = -6+2x; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \le 3, \\ \left[\begin{array}{l} 3x = 4, \\ x = 8; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \le 3, \\ \left[\begin{array}{l} x = 1\frac{1}{3}, \\ x = 8; \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 3, \\ x = 1\frac{1}{3}; \end{cases} \\ \begin{cases} x \le 3, \\ x = 8; \end{cases} \end{array}\right. \quad x = 1\frac{1}{3}.$$

Ответ: $1\frac{1}{3}.$

Пример 2. $|x^2+x-3| = x.$ **(ЦТ 2004 г.)**

Решение:

$|x^2+x-3| = x,$

$$\begin{cases} x \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x^2+x-3 = x, \\ x^2+x-3 = -x; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x^2-3 = 0, \\ x^2+2x-3 = 0; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{3}, \\ x = -3, \\ x = 1; \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = \sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Ответ: $1; \sqrt{3}.$

Пример 3. $|x+3| = x^2+x-6.$

Решение:

$|x+3| = x^2+x-6,$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+3 \ge 0, \\ x+3 = x^2+x-6; \end{cases} \\ \begin{cases} x+3 < 0, \\ x+3 = -x^2-x+6; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -3, \\ x^2-9 = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x < -3, \\ x^2+2x-3 = 0; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -3, \\ x = \pm 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x < -3, \\ x = -3, x = 1; \end{cases} \end{array}\right. \quad x = \pm 3.$$

Ответ: $\pm 3.$

Пример 4. $x^2 - 4|x+1| + 5x + 4 = 0.$ **(ЦТ 2004 г.)**

Решение:

$x^2 - 4|x+1| + 5x + 4 = 0,$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1 \ge 0, \\ x^2-4(x+1)+5x+4 = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x+1 < 0, \\ x^2+4(x+1)+5x+4 = 0; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -1, \\ x^2-4x-4+5x+4 = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x < -1, \\ x^2+4x+4+5x+4 = 0; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge -1, \\ x = 0, x = -1; \end{cases} \\ \begin{cases} x < -1, \\ x = -8, x = -1; \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = -1, \\ x = 0, \\ x = -8. \end{array}\right.$$

Ответ: -8;-1;0.

Алгоритм решения уравнения $|f_1(x)| + |f_2(x)| + \ldots + |f_n(x)| = g(x)$

1. Найти нули всех подмодульных выражений, расположить их по возрастанию на числовой оси и выбрать крайний левый из полученных интервалов между корнями.

2. На полученных интервалах определить знак всех подмодульных выражений и раскрыть модули по определению.

3. Составить и решить совокупность смешанных систем.

Пример 1. $|x-2|+|x-4|=3.$

Решение:

$|x-2|+|x-4|=3,$

Нули подмодульных выражений $x-2=0,\ x=2.$ $\quad x-4=0,\ x=4.$

	$x<2$	$2\le x<4$	$x\ge 4$
$x-2$	—	+	+
$x-4$	—	—	+

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<2,\\ -x+2-x+4=3;\end{cases}\\ \begin{cases}2\le x<4,\\ x-2-x+4=3;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 4,\\ x-2+x-4=3;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<2,\\ -2x=-3;\end{cases}\\ \begin{cases}2\le x<4,\\ 2=3;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 4,\\ 2x-6=3;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<2,\\ x=1,5;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 4,\\ x=4,5;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x=1,5,\\ x=4,5.\end{array}\right.$$

Ответ: $1,5; 4,5.$

Пример 2. $|x|+|x-6|=6.$

Решение:

$|x|+|x-6|=6,$

Нули подмодульных выражений $x=0$ $\quad x-6=0,\ x=6.$

	$x<0$	$0\le x<6$	$x\ge 6$
x	—	+	+
$x-6$	—	—	+

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0,\\ -x-x+6=6;\end{cases}\\ \begin{cases}0\le x<6,\\ x-x+6=6;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 6,\\ x+x-6=6;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0,\\ 2x=0;\end{cases}\\ \begin{cases}0\le x<6,\\ 6=6;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 6,\\ 2x=12;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0,\\ x=0;\end{cases}\\ \begin{cases}0\le x<6,\\ 6=6;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 6,\\ x=6;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}0\le x<6,\\ x=6.\end{array}\right. \quad 0\le x\le 6.$$

Ответ: $[0;6]$.

Пример 3. $|x+2|-|x-3|=5.$

Решение:

$|x+2|-|x-3|=5.$

Нули подмодульных выражений $\begin{array}{l}x+2=0,\\ x=-2.\end{array}$ $\quad\begin{array}{l}x-3=0,\\ x=3.\end{array}$

	$x<-2$	$-2\le x<3$	$x\ge 3$
$x+2$	—	+	+
$x-3$	—	—	+

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<-2,\\ -x-2+x-3=5;\end{cases}\\ \begin{cases}-2\le x<3,\\ x+2+x-3=5;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 3,\\ x+2-x+3=5;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<-2,\\ -5=5;\end{cases}\\ \begin{cases}-2\le x<3,\\ 2x=6;\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge 3,\\ 5=5;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-2\le x<3,\\ x=3;\end{cases}\\ x\ge 3;\end{array}\right. \quad x\ge 3.$$

Ответ: $x\ge 3.$

Домашнее задание.

1) Материал лекции.

2) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I.» §5 стр. 74,84.

3) М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 №5.44 в); г); 5.52; 5.53.

4) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 88 № 12,18.

Для подготовки к зачёту:

1) «В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова. Сборник тестов №1» стр.14.

2) «Сборник тем для подготовки к ЦТ». Тема № 8.

Приложение 2

Практикум №2(А)

Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля

Цель. Продолжить формировать навык решения уравнений, содержащих знак модуля.

План.

1. Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа по теме «Решение уравнений, содержащих знак модуля».

2. Закрепление изучаемого материала. Решение заданий из учебника М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов».

3. Проверка закрепляемого материала. Самостоятельная работа на 10 минут по текстам «В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова. Сборник тестов №1» стр.14

1. Проверка домашнего задания.

1). Самостоятельная работа по теме «Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля».

2. Закрепление изучаемого материала.

Решение заданий из учебника М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 № 5.41 а) – б); 5.43 а) – б); 5.45 а) – б); 5.46 а) – б); 5.47 а) – б).

При решении заданий каждый учащийся должен проводить пояснения решения по плану:

1. Определить тип уравнения.
2. Сформулировать и (или) записать алгоритм решения.
3. По сформулированному алгоритму решить уравнение.

Пример 5.41 а). $\mathbf{x^2+|x|-2=0}$.

Решение.

$\mathbf{x^2+|x|-2=0}$.

1. Уравнение, содержащее знак модуля и сводящееся к квадратному уравнению.

2. Пусть $\mathbf{|x|=t, t\geq 0.}$ Тогда $\mathbf{x^2=|x|^2=t^2.}$

$\mathbf{t^2+t-2=0,}$

$$\begin{cases}t\geq 0,\\ \left[\begin{array}{l}t=-2,\\ t=1;\end{array}\right.\end{cases}\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0,\\ t=-2,\end{cases}\\ \begin{cases}t\geq 0,\\ t=1;\end{cases}\end{array}\right.\quad t=1.$$

3. $\mathbf{|x|=1}$ уравнение вида $\mathbf{|f(x)|=a, a>0}$ $\left[\begin{array}{l}\mathbf{f(x)=a,}\\ \mathbf{f(x)=-a.}\end{array}\right.$, $\mathbf{x=\pm 1.}$ **Ответ:** $\mathbf{\pm 1.}$

Пример 5.43 а). $\mathbf{x^2-3x-\frac{4|x|}{x}=0.}$

Решение.

$\mathbf{x^2-3x-\frac{4|x|}{x}=0,}$ по определению модуля уравнение равносильно совокупности систем

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x > 0,\\ x^2 - 3x - \dfrac{4x}{x} = 0,\end{cases}\\ \begin{cases}x < 0,\\ x^2 - 3x - \dfrac{4(-x)}{x} = 0;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x > 0,\\ x^2 - 3x - 4 = 0,\end{cases}\\ \begin{cases}x < 0,\\ x^2 - 3x + 4 = 0;\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x > 0,\\ \left[\begin{array}{l}x = -1,\\ x = 4,\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x < 0,\\ \text{уравнение корней не имеет;}\end{cases}\end{array}\right. \quad x = 4.$$

Ответ: $x = 4.$

Пример 5.45 а). $|x^2 - 8| = 2x.$

Решение.

$|x^2 - 8| = 2x,$ уравнение вида $|f(x)| = g(x)$ равносильно смешанной системе $\begin{cases}g(x) \geq 0,\\ \left[\begin{array}{l}f(x) = g(x),\\ f(x) = -g(x).\end{array}\right.\end{cases}$

$$\begin{cases}2x \geq 0,\\ \left[\begin{array}{l}x^2 - 8 = 2x,\\ x^2 - 8 = -2x;\end{array}\right.\end{cases} \quad \begin{cases}x \geq 0,\\ \left[\begin{array}{l}x^2 - 2x - 8 = 0,\\ x^2 + 2x - 8 = 0;\end{array}\right.\end{cases} \quad \begin{cases}x \geq 0,\\ \left[\begin{array}{l}x = -2; x = 4,\\ x = -4; x = 2;\end{array}\right.\end{cases} \quad \left[\begin{array}{l}x = 2,\\ x = 4.\end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x = 2,\\ x = 4.\end{array}\right.$

Пример 5.46 а). $|x^2 - x + 3| = |x^2 + 2x - 5|.$

Решение.

$|x^2 - x + 3| = |x^2 + 2x - 5|,$ уравнение вида $|f(x)| = |g(x)|$ равносильно совокупности $\left[\begin{array}{l}f(x) = g(x),\\ f(x) = -g(x).\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l}x^2 - x + 3 = x^2 + 2x - 5,\\ x^2 - x + 3 = -x^2 - 2x + 5;\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}3x - 8 = 0,\\ x - 2 = 0;\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x = 2\dfrac{2}{3},\\ x = 2.\end{array}\right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x = 2\dfrac{2}{3},\\ x = 2.\end{array}\right.$

Пример 5.47. Увидеть различные приёмы решения: определение модуля, применение тождества $x^2 = |x|^2.$

3. Итог урока.

Самостоятельная работа на 10 минут по текстам «В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова. Сборник тестов №1» стр.14

4. Домашнее задание.

1) Материал лекций №1; 2; 3.

2) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 74,84.

3) М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 №5.41 г);5.43 г); 5.45 г); 5.46 г); 5.47 г).

4) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 88 № 10; 11; 12; 17; 22.

Приложение 3

Расширенный блок курса

Занятие 2.5 Показательные уравнения, содержащие знак модуля.

Цель: сформировать навык решения показательных уравнений, содержащих знак модуля.

Литература: $[5]$; $[3]$.

1. Повторение. Фронтальная беседа:

1. Решение простейших показательных уравнений: $\mathbf{a^{f(x)} = b, b > 0.}$
2. Определение модуля действительного числа.
3. Типы уравнений, содержащих знак модуля и приёмы их решения.

2. Изучение нового материала.

Пример 1. $\frac{1}{4\sqrt{2}}2^{|x|} = (2\sqrt{2})^{x^2-2}$.

Решение.

$\frac{1}{4\sqrt{2}}2^{|x|} = (2\sqrt{2})^{x^2-2}$,

$2^{|x|-2,5} = 2^{1,5(x^2-2)}$,

$|x| - 2,5 = 1,5(x^2 - 2)$,

$1,5x^2 - |x| - 0,5 = 0,$ т. к. $x^2 = |x|^2$, то $1,5|x|^2 - |x| - 0,5 = 0.$ Пусть $|x| = t, t \geq 0,$ тогда $3t^2 - 2t - 1 = 0.$

$$\begin{cases} t \geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} t = -\frac{1}{3}, \\ t = 1; \end{array}\right. \end{cases}$$ $t = 1.$ Вернёмся к переменной х $|x| = 1,$ $x = \pm 1.$

Ответ: $\pm 1.$

Пример 2. $3 \cdot 4^{|x|} - 7 \cdot 2^{1+|x|} + 8 = 0$

Решение.

$3 \cdot 4^{|x|} - 7 \cdot 2^{1+|x|} + 8 = 0,$

$3 \cdot 2^{2|x|} - 14 \cdot 2^{|x|} + 8 = 0,$ пусть $2^{|x|} = t, t > 0,$ тогда $3t^2 - 14t + 8 = 0.$

$$\begin{cases} t > 0, \\ \left[\begin{array}{l} t = \frac{2}{3}, \\ t = 4; \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} t = \frac{2}{3}, \\ t = 4. \end{array}\right.$$ Вернёмся к переменной х.

$$\left[\begin{array}{l} 2^{|x|} = 4, \\ 2^{|x|} = \frac{2}{3}; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 2^{|x|} = 2^2, \\ 2^{|x|} = \frac{2}{3}; \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} |x| = 2, \\ |x| = \log_2 \frac{2}{3}. \end{array}\right.$$ Т.к. $\log_2 \frac{2}{3} < 0 \quad (2 > 1; 0 < \frac{2}{3} < 1)$, то совокупность равносильна уравнению $|x| = 2,$ тогда $x = \pm 2.$

Ответ: $\pm 2.$

Пример3. $|x+1|^{x^2-x-6}=1.$

Решение.

$|x+1|^{x^2-x-6}=|x+1|^0$

Рассмотрим некоторые равносильности, используемые при решении показательных уравнений.

1. Уравнение $h(x)^{f(x)}=h(x)^{g(x)}$ при $h(x)>0$ равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}h(x)=1,\\ x\in D(f)\cap D(g),\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)=g(x)\\ h(x)>0, h(x)\neq 1.\end{cases}\end{array}\right.$$

2. В частном случае ($h(x)=a$) уравнение $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ при $a>0$, равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=1,\\ x\in D(f)\cap D(g),\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)=g(x)\\ a>0, a\neq 1.\end{cases}\end{array}\right.$$

В дальнейшем во всех примерах, содержащих $a^{f(x)}$, предполагаем $a>0$. Случай $a=1$ рассматриваем отдельно.

1.

$\|x+1\|=0$ $x+1=0,$ $x=-1.$	Проверка. $x=-1.$ $\|-1+1\|^{1+1-6}=1,$ $0^{-4}=1,$ выражение не имеет смысла.

2.

$x+3=-1,$ $x=-4.$	Проверка. $x=-4$ $\|-4+1\|^{16+4-6}=1,$ $1^{14}=1,$ $1=1.$

3.

$x+3=1,$ $x=-2.$	Проверка. $x=-2$ $\|-2+1\|^{4+2-6}=1,$ $1^0=1,$ $1=1.$

4.

	Проверка.

$x^2 - x - 6 = 0,$ $\left[\begin{array}{l} x = 3, \\ x = -2. \end{array}\right.$	$x = 3$ $\lvert 3+1 \rvert^{9-3-6} = 1,$ $4^0 = 1^0,$ $1 = 1.$

Проверка показала, что $x = -4;$ $x = -2;$ $x = 3$ являются корнями уравнения $\lvert x+1 \rvert^{x^2-x-6} = 1.$

Ответ: -4; -2; 3.

3. Закрепление нового материала.

Литература: [5] п. 9 № 1; [4].

4. Домашнее задание.

Литература.

[5]**:** 11 класс самостоятельная работа №4 вариант 1-6 №1.

Занятие 2.6 Показательные уравнения, содержащие знак модуля.

Цель: формировать навык решения показательных уравнений, содержащих знак модуля.

Литература: [5]; [3].

1. Закрепление нового материала.

Виды уравнений и способы решения	Номера заданий
Уравнения, сводящиеся к простейшим	[5] п 9 № 1 б).
Уравнения, сводящиеся к квадратным уравнениям	[5] п 9 № 1 е).
Уравнения, при решении которых используется разложение на множители	[5] п 9 № 1 з).
Различные виды уравнений	[4] Практикум № 12 стр. 240 (в отдельных случаях неравенства заменяем уравнениями).

2. Домашнее задание.

Творческая работа.

Приложение 4

Занятие 2.12. Показательные уравнения с параметром, содержащие знак модуля.

Цель: сформировать навык решения показательных уравнений, содержащих знак модуля.

Литература: [8].

1. Объяснение нового материала.

Если в уравнении некоторые коэффициенты заданы не конкретными числовыми значениями, а обозначены буквами, то они называются параметрами, а уравнения параметрическими.

Значения параметров и искомых величин в лекции предполагаются действительными.

Решить уравнение с параметрами означает:

1) определить, при каких значениях параметров существуют решения;

2) для каждой допустимой системы значений параметров найти соответствующее множество решений.

Рассмотрим некоторые равносильности, используемые при решении показательных уравнений.

1. Уравнение $\mathbf{h(x)^{f(x)} = h(x)^{g(x)}}$ при $\mathbf{h(x) > 0}$ равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \mathbf{h(x) = 1,} \\ \mathbf{x \in D(f) \cap D(g),} \end{cases} \\ \begin{cases} \mathbf{f(x) = g(x)} \\ \mathbf{h(x) > 0, h(x) \neq 1.} \end{cases} \end{array}\right.$$

2. В частном случае ($\mathbf{h(x) = a}$) уравнение $\mathbf{a^{f(x)} = a^{g(x)}}$ при $\mathbf{a > 0}$, равносильно совокупности

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \mathbf{a = 1,} \\ \mathbf{x \in D(f) \cap D(g),} \end{cases} \\ \begin{cases} \mathbf{f(x) = g(x)} \\ \mathbf{a > 0, a \neq 1.} \end{cases} \end{array}\right.$$

В дальнейшем во всех примерах, содержащих $\mathbf{a^{f(x)}}$, предполагаем $\mathbf{a > 0}$. Случай $\mathbf{a = 1}$ рассматриваем отдельно.

2. Закрепление нового материала.

Пример 1. Решить уравнение $\mathbf{12^{-|2x-1|} - 2 \cdot 12^{-|2x-1|} + a = 0}$.

Решение.

$\mathbf{12^{-|2x-1|} - 2 \cdot 12^{-|2x-1|} + a = 0}$. Пусть $\mathbf{12^{-|2x-1|} = t, t > 0}$. Тогда уравнение $\mathbf{12^{-|2x-1|} - 2 \cdot 12^{-|2x-1|} + a = 0}$ примет вид $\mathbf{t^2 - 2t + a = 0.}$ Задача свелась к нахождению положительных решений уравнения $\mathbf{t^2 - 2t + a = 0}$.

1. Если $\mathbf{a = 1}$, то уравнение $\mathbf{t^2 - 2t + a = 0}$ равносильно уравнению $\mathbf{t^2 - 2t + 1 = 0}$. Тогда,

$$\mathbf{t^2 - 2t + 1 = 0,}$$
$$\mathbf{(t-1)^2 = 0,}$$
$$\mathbf{t - 1 = 0,}$$
$$\mathbf{t = 1.}$$

Вернёмся к переменной $\mathbf{x}$.

$$\mathbf{12^{-|2x-1|} = 1,}$$
$$\mathbf{12^{-|2x-1|} = 12^0,}$$
$$\mathbf{|2x-1| = 0,}$$
$$\mathbf{2x - 1 = 0,}$$
$$\mathbf{x = 0{,}5.}$$

2. Если $\mathbf{a \neq 1}$, то корни уравнения $\mathbf{t^2 - 2t + a = 0}$ при $\mathbf{a < 1}$имеют вид $\mathbf{t_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1-a}}$. Т. к. $\mathbf{12^{-|2x-1|} = t,}$ то $\mathbf{t > 0}$. Используя свойство показательной функции $\mathbf{y = a^x}$: если $\mathbf{0 < a < 1}$, то при $\mathbf{x \geq 0}$ $\mathbf{0 < a^x \leq 1}$, получим $\mathbf{0 < t \leq 1}$.

Тогда

$t_1 = 1+\sqrt{1-a}$, при $a<1$ $t_1 \notin (0;1]$

$t_2 = 1-\sqrt{1-a}$, при $a<1$ $t_2 \in (0;1]$

$0 < 1-\sqrt{1-a} \le 1;$

$0 \le \sqrt{1-a} < 1;$

$0 \le 1-a < 1;$

Итак, $0 < a \le 1.$ Случай $a=1$ рассмотрен, поэтому $0<a<1.$

Таким образом, при $0<a<1$ уравнение $t^2-2t+a=0$ имеет единственный корень.

Вернёмся к переменной x.

$12^{-|2x-1|} = 1-\sqrt{1-a};$

$12^{-|2x-1|} = 12^{\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right)};$

$-|2x-1| = \log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right);$

$|2x-1| = -\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right),$ (т.к. $12>1$ и $0<1-\sqrt{1-a}<1$, то $-\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right)>0$)

$\left[\begin{array}{l} 2x-1=\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right), \\ 2x-1=-\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right); \end{array}\right.$ $x=\frac{1}{2}\left(1\pm\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right)\right).$

Итак:

при $a=1$ $x=0{,}5$;

при $0<a<1$ $x=\frac{1}{2}\left(1\pm\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right)\right);$

при $\left[\begin{array}{l} a\le 0, \\ a>1 \end{array}\right.$ уравнение корней не имеет.

Ответ: при $a=1$ $x=0{,}5$; при $0<a<1$ $x=\frac{1}{2}\left(1\pm\log_{12}\left(1-\sqrt{1-a}\right)\right);$ при $\left[\begin{array}{l} a\le 0, \\ a>1 \end{array}\right.$ уравнение корней не имеет.

Пример 2. При каких значениях a уравнение $2^{|x|+a}-2^{|x|}=5$ имеет решения?

Решение.

$2^{|x|+a}-2^{|x|}=5;$

$2^{|x|}\left(2^a-1\right)=5;$

$2^{|x|}=\frac{5}{2^a-1}.$ Т.к. $2^{|x|}\ge 1$ при $x\in R$, то $\frac{5}{2^a-1}\ge 1;$

$\begin{cases} 2^a-1>0, \\ 5\ge 2^a-1; \end{cases}$ $\begin{cases} 2^a>1, \\ 2^a\le 6; \end{cases}$ $\begin{cases} a>0, \\ a\le\log_2 6; \end{cases}$ $0<a\le\log_2 6.$

Ответ: при $0<a\le\log_2 6$ уравнение $2^{|x|+a}-2^{|x|}=5$ имеет решение.

Пример 3. При каких значениях a равносильны уравнения $4^{x+1}+2^{x+4}=2^{x+2}+16$ (1) и $|a-9|3^{x-2}+a\cdot 9^{x-1}=1$ (2)?

Решение.

Решим уравнение $4^{x+1}+2^{x+4}=2^{x+2}+16$ (1). Пусть $2^x=t, t>0.$ Тогда $4\cdot t^2+16t-4t-16=0;$

$4t^2+12t-16=0;$

$t^2+3t-4=0;$ $\qquad \begin{cases} t>0, \\ \left[\begin{array}{l} t=-4, \\ t=1; \end{array}\right. \end{cases}$ $t=1.$

$\left[\begin{array}{l} t=-4, \\ t=1. \end{array}\right.$

Вернёмся к переменной x. $2^x=1,$ $x=0.$

Подставляя $x=0$ в уравнение (2), получим

$\frac{1}{9}|a-9|+\frac{1}{9}a=1,$

$|a-9|+a=9,$

$|a-9|=9-a,$

$|a-9|=-(a-9),$

$a\le 9.$

Исследуем полученные значения a.

При $a\le 9$ уравнение (2) принимает вид $ay^2+(9-a)y-9=0, y=3^x.$ если $a=0$, $y=1;$

$3^x=1;$

то $x=0.$

Уравнение (2) имеет единственное решение $x=0$, следовательно, при $a=0$ уравнения (1) и (2) равносильны.

При $a\ne 0$ корни уравнения $ay^2+(9-a)y-9=0$ имеет корни $\left[\begin{array}{l} y=1, \\ y=-\frac{9}{a}. \end{array}\right.$ Если $a\in(0;9]$, то уравнение $3^x=-\frac{9}{a}$ решений не имеет. Т.е. уравнение (2) имеет единственный корень ($x=0$) и уравнения (1) и (2) равносильны. При $a\in(-\infty;-9)\cup(-9;0)$ уравнение (2) кроме $x=0$, имеет решение $3^x=-\frac{9}{a},$ $x=\log_a\left(-\frac{9}{a}\right),$ поэтому уравнения (1) и (2) не равносильны.

При $a=-9$ $y_1=y_2=1$, уравнение (2) имеет единственное решение $x=0$ и уравнения (1) и (2) равносильны.

Ответ: $a\in\{-9\}\cup[0;9].$

Приложение 5

Урок 3, 4. Информационная карта к уроку по теме «Уравнения: уравнения, содержащие знак модуля».		
№ УЭ	**Учебный материал с указанием заданий**	**Рекомендации по**

		выполнению заданий.
УЭ-0	**Интегрирующая цель**: рассмотреть алгоритмы решения уравнений, содержащих знак модуля; сформировать навык решения уравнений, содержащих знак модуля.	Внимательно прочитайте цель урока.
УЭ-1	**Проверка домашнего задания.** **Цель:** проверка усвоения изучаемого материала. **Фронтальная беседа (по слайдам).** 1.Какие выражения называются уравнениями? 2.Что называется корнем уравнения? 3.Что, значит, решить уравнение? 4. Из предложенных уравнений выберите: а) пару равносильных уравнений; б) уравнение и уравнение следствие. 5. Сформулируйте алгоритм решения уравнений типа $\|\mathbf{f(x)}\| = \mathbf{a}, \mathbf{a} \in \mathbf{R}$ и решите приведённые уравнения.	Активно принимайте участие в работе.
	Самостоятельная работа по теоретическим вопросам темы «Уравнения: уравнения следствия, равносильные уравнения, уравнения, содержащие знак модуля» и проверка решений номеров домашнего задания.	Внимательно прочитайте вопрос.
УЭ-2	**Изучение нового материала.** **Цель:** рассмотреть алгоритмы решения уравнений, содержащих знак модуля вида $\|\mathbf{f(x)}\| = \|\mathbf{g(x)}\|$ $\|\mathbf{f(x)}\| = \mathbf{g(x)}$ $\|\mathbf{f_1(x)}\| + \|\mathbf{f_2(x)}\| + \ldots + \|\mathbf{f_n(x)}\| = \mathbf{g(x)}$	Активно принимайте участие в работе.
УЭ-3	**Закрепление изучаемого материала.** **Цель:** сформировать навык решения уравнений, содержащих знак модуля вида $\|\mathbf{f(x)}\| = \mathbf{a}, \mathbf{a} \in \mathbf{R}$ и сводящихся к ним.	Внимательно разбирайте соответствующие примеры.
УЭ-4	**Домашнее задание** 1) Материал лекции. 2) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 74,84. 3) М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 №5.44 в); г); 5.52; 5.53. 4) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 88 № 12,18. 5) «В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова. Сборник тестов №1» стр.1. 6) «Сборник тем для подготовки к ЦТ». Тема №8.	Выполняя домашнее задание: выучите теоретический материал, изложенный в лекции; внимательно разберите приведённые примеры.

Приложение 6

Урок 5, 6. Информационная карта к уроку по теме «Решение уравнений, содержащих знак модуля».

№ УЭ	Учебный материал с указанием заданий	Рекомендации по выполнению

		заданий. Оценка
УЭ-0	**Интегрирующая цель**: сформировать навык решения уравнений, содержащих знак модуля.	Внимательно прочитайте цель урока.
УЭ-1	**Проверка домашнего задания.** **Цель:** определить исходный уровень теоретических знаний по теме «Решение уравнений, содержащих знак модуля».	
	1). Фронтальная беседа по вопросам лекции №3: 1. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\mathbf{\lvert f(x)\rvert = a\ , a \in R}$. 2. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\mathbf{\lvert f(x)\rvert = \lvert g(x)\rvert}$. 3. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\mathbf{\lvert f(x)\rvert = g(x)}$.	Активно принимайте участие в работе.
	2). Самостоятельная работа по теоретическим вопросам темы «Решение уравнений, содержащих знак модуля» и проверка решений номеров домашнего задания.	Внимательно прочитайте вопрос и сформулируйте алгоритм решения уравнения, приведите решение соответствующего номера из домашнего задания.
УЭ-2	**Закрепление изучаемого материала.** **Цель:** решение заданий из учебника М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 № 5.41 а) – б); 5.43 а) – б); 5.45 а) – б); 5.46 а) – б); 5.47 а) – б). При решении заданий каждый учащийся должен проводить пояснения решения по плану: 1.Определить тип уравнения. 2.Сформулировать и (или) записать алгоритм решения. 3.По сформулированному алгоритму решить уравнение.	Устно коллективно разбираем предлагаемые образцы решений, остальные задания решаем на доске и в тетради.
	Пример 5.41 а). $\mathbf{x^2 + \lvert x\rvert - 2 = 0}$. **Решение.** $\mathbf{x^2 + \lvert x\rvert - 2 = 0}$. 2. Пусть $\mathbf{\lvert x\rvert = t, t \ge 0.}$ Тогда $\mathbf{x^2 = \lvert x\rvert^2 = t^2.}$ $\mathbf{t^2 + t - 2 = 0,}$ $\mathbf{\begin{cases} t \ge 0, \\ \left[\begin{array}{l} t = -2, \\ t = 1; \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t \ge 0, \\ t = -2, \end{cases} \\ \begin{cases} t \ge 0, \\ t = 1; \end{cases} \end{array}\right. \quad t = 1.}$ 3. $\mathbf{\lvert x\rvert = 1}$, $\mathbf{x = \pm 1.}$ **Ответ:** $\mathbf{\pm 1.}$	**Пояснения** 1. Уравнение, содержащее переменную под знаком модуля и сводящееся к квадратному уравнению (проговариваем про себя). 3. уравнение вида
	Пример 5.43 а). 1.Уравнение, содержащее знак	

	$\mathbf{x^2-3x-\frac{4\lvert x\rvert}{x}=0.}$ **Решение.** $x^2-3x-\frac{4\lvert x\rvert}{x}=0,$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0,\\ x^2-3x-\frac{4x}{x}=0,\end{cases}\\ \begin{cases}x<0,\\ x^2-3x-\frac{4(-x)}{x}=0;\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0,\\ x^2-3x-4=0,\end{cases}\\ \begin{cases}x<0,\\ x^2-3x+4=0;\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0,\\ \left[\begin{array}{l}x=-1,\\ x=4,\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x<0,\\ \text{уравнение корней не имеет};\end{cases}\end{array}\right.$ $x=4.$ **Ответ:** $x=4.$	модуля. По определению модуля уравнение равносильно совокупности систем.	$\lvert f(x)\rvert=a, a>0$ $\left[\begin{array}{l}f(x)=a,\\ f(x)=-a.\end{array}\right.$
	Пример 5.45 а). $\lvert x^2-8\rvert=2x.$ **Решение.** $\lvert x^2-8\rvert=2x,$ $\begin{cases}2x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l}x^2-8=2x,\\ x^2-8=-2x;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l}x^2-2x-8=0,\\ x^2+2x-8=0;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases}x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l}x=-2; x=4,\\ x=-4; x=2;\end{array}\right.\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}x=2,\\ x=4.\end{array}\right.$ **Ответ:** $\left[\begin{array}{l}x=2,\\ x=4.\end{array}\right.$	1. Уравнение вида $\lvert f(x)\rvert=g(x)$ равносильно смешанной системе $\begin{cases}g(x)\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l}f(x)=g(x),\\ f(x)=-g(x).\end{array}\right.\end{cases}$	
	Пример 5.46 а). $\lvert x^2-x+3\rvert=\lvert x^2+2x-5\rvert.$ **Решение.**	1. уравнение вида $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$ равносильно совокупности	

	$\left\|x^2-x+3\right\|=\left\|x^2+2x-5\right\|,$ $\left[\begin{array}{l}x^2-x+3=x^2+2x-5,\\x^2-x+3=-x^2-2x+5;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}3x-8=0,\\x-2=0;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=2\frac{2}{3},\\x=2.\end{array}\right.$ **Ответ:** $\left[\begin{array}{l}x=2\frac{2}{3},\\x=2.\end{array}\right.$	$\left[\begin{array}{l}f(x)=g(x),\\f(x)=-g(x).\end{array}\right.$	
	Пример 5.47. Увидеть различные приёмы решения: определение модуля, применение тождества $x^2=\left\|x\right\|^2$.		
УЭ-3	**Цель:** подведение итогов урока «В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И.Вавилова. Сборник тестов №1» стр.14 №1; 2; 3.		Индивидуально.
УЭ-4	**Домашнее задание.** 1) Материал лекций №1; 2; 3. 2) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 74, 84. 3) М.Л. Галицкий «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов» §5 №5.41 г);5.43 г); 5.45 г);5.46 г);5.47 г). 4) В помощь учащимся лицея-интерната при СГАУ им. Н.И. Вавилова «Сборник задач по математике. Часть I» §5 стр. 88 № 10; 11; 12; 17; 22. 5) Сборник тем для подготовки к ЦТ. Тема № 8.		

Приложение 7

Самостоятельная работа по теме «Уравнения (часть II)»	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения (часть II)»**	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения (часть II)»**	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения (часть II)»**
Вариант №1	**Вариант №2**	**Вариант №3**	**Вариант №4**
Среди предложенных уравнений выберите: а) пару равносильных	Среди предложенных уравнений выберите: а) пару равносильных	Среди предложенных уравнений выберите: а) пару равносильных	Среди предложенных уравнений выберите: а) пару равносильных

уравнений; б) уравнение и уравнение следствие. $-0,5x^2-1=0$ $\lvert 2x-3\rvert=-1$ $2x-1=5$ $x^2-6x+9=0$	уравнений; б) уравнение и уравнение следствие. $3x^2+2=0$ $\lvert 2x^2+2x-3\rvert=-3$ $2x+3=-9$ $x^2-36=0$	уравнений; б) уравнение и уравнение следствие. $-5x^2-7=0$ $\lvert x-3\rvert=-7$ $2x+11=-1$ $x^2+12x+36=0$	уравнений; б) уравнение и уравнение следствие. $13x^2+12=0$ $\lvert x^2-x-2\rvert=-3$ $-3x-7=5$ $x^2-16=0$

Приложение 8

Самостоятельная работа по теме «Уравнения, содержащие знак модуля».	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения, содержащие знак модуля».**	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения, содержащие знак модуля».**	**Самостоятельная работа по теме «Уравнения, содержащие знак модуля».**
Вариант №1	**Вариант №2**	**Вариант №3**	**Вариант №4**
1. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a<0$.	1. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=g(x)$.	1. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=g(x)$.	1. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a>0$.
2. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$.	2. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a=0$.	2. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a<0$.	2. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=g(x)$.
3. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a>0$.	3. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a<0$.	3. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$.	3. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a=0$.
4. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=g(x)$.	4. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a>0$.	4. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a=0$.	4. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$.
5. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a=0$.	5. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$.	5. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a>0$.	5. Сформулируйте алгоритм решения уравнения $\lvert f(x)\rvert=a$, $a<0$.

Приложение 9

Тесты, предлагаемые по теме
I уровень

Вариант №1			
1) Сумма корней уравнения $\lvert 3-2x\rvert=4$ равна?			
1) 3	2) 4	3) -3	4) -4
2) Сумма квадратов корней уравнения $\lvert x-2\rvert=3\lvert 1-2x\rvert$ равна?			

1) $\frac{32}{35}$	2) $\frac{626}{1225}$	3) $\frac{5}{14}$	4) $\frac{25}{49}$
3) Решить уравнение $\lvert x\rvert(x+3)=-2.$			
1) $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$	2) $\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$	3) -1;-2	4) $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2};-1;-2$
4) Произведение корней уравнения $x^2-12=\lvert x\rvert$ равно?			
1) -144	2) -12	3) 144	4) -16

II уровень

Вариант №1			
1) Сумма корней уравнения $\lvert x^2-x-1\rvert=1$ равна?			
1) 2	2) 0	3) -2	4) 3
2) Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2+3\sqrt{x^2}=4$ равна?			
1) 1	2) 2	3) 0	4) -2
3) Решить уравнение $\lvert x-1\rvert+x^2=5.$			
1) $\frac{1+\sqrt{17}}{2};-2$	2) $\frac{1\pm\sqrt{17}}{2};-3;2$	3) $\frac{1-\sqrt{17}}{2};2$	4) $\frac{1-\sqrt{17}}{2};3$
4) Все корни уравнения $\lvert x-7\rvert-\lvert x-2\rvert=9$ образуют множество			
1) $[2;7]$	2) $(-\infty;-2]\cup[7;\infty)$	3) $[7;\infty)$	4) $(-\infty;-2]$

III уровень

Вариант №1			
1) Найдите меньший корень уравнения $(x+2)(\lvert x\rvert-2)=-1$			
1) -6	2) -4	3) -1	4) -3
2) Сумма корней или корень (если он единственный) уравнения $x^2-6x\cdot\frac{\lvert x-7\rvert}{x-7}-7=0$ принадлежит промежутку			
1) $[-8;-6)$	2) $[-6;0)$	3) $[0;6)$	4) $[6;8)$
3) Сумма решений уравнения $\lvert\lvert x+1\rvert-3\rvert=3$ равна?			
1) -4	2) -3	3) -2	4) 0
4) Уравнение $\lvert 2x^2-3x+4\rvert=\lvert 3x-2\rvert+2x^2+2$ имеет на отрезке $[-5;5]$ целых корней			
1) 3	2) 11	3) 4	4) 6

Приложение 10

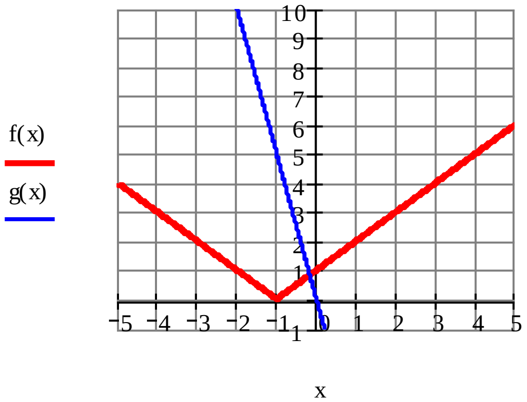
Творческая работа ученика 12 группы 2005-2006 учебного года Широкова Ильи **«Поможем подготовиться к экзамену».**

Задание для творческой работы взято из «Сборника заданий для проведения письменного экзамена по математике за курс средней школы» Дорофеев Г.В.

Пример. Сколько решений в зависимости от значений параметра, a имеет уравнение $|\mathbf{x}+\mathbf{1}| = \mathbf{ax}$?

Решение.

Графический способ.

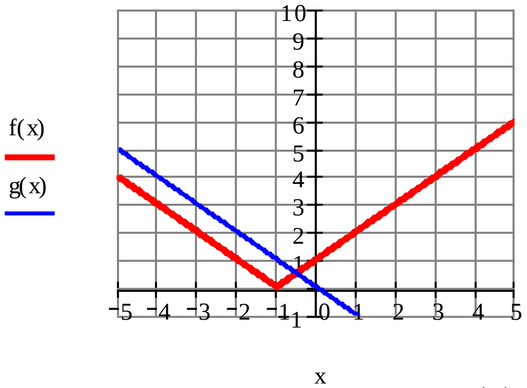


$\mathbf{a < -1}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

Уравнение $|\mathbf{x}+\mathbf{1}| = \mathbf{ax}$ имеет 1 решение.

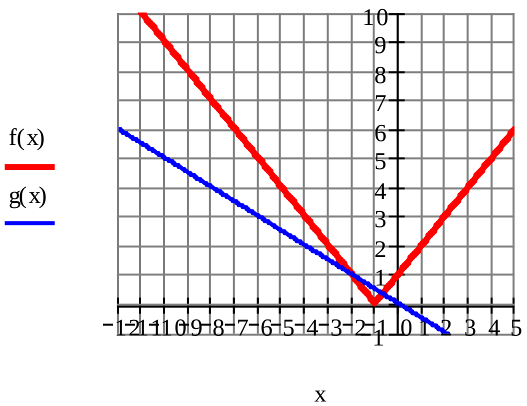


$\mathbf{a = -1}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

Уравнение $|\mathbf{x}+\mathbf{1}| = \mathbf{ax}$ имеет 1 решение.

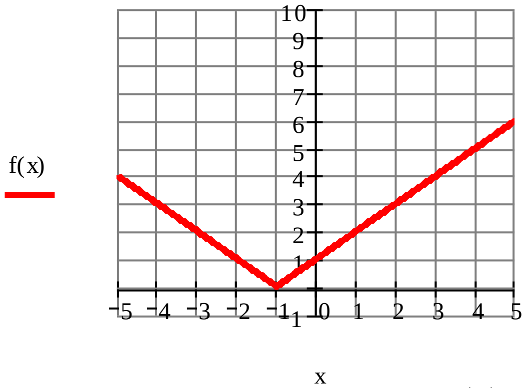


$\mathbf{-1 < a < 0}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

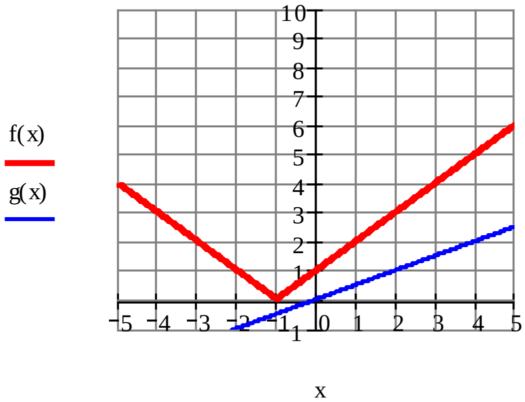
Уравнение $|\mathbf{x}+\mathbf{1}| = \mathbf{ax}$ имеет 2 решения.



$\mathbf{a = 0}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|}$

Уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ имеет 1 решение.

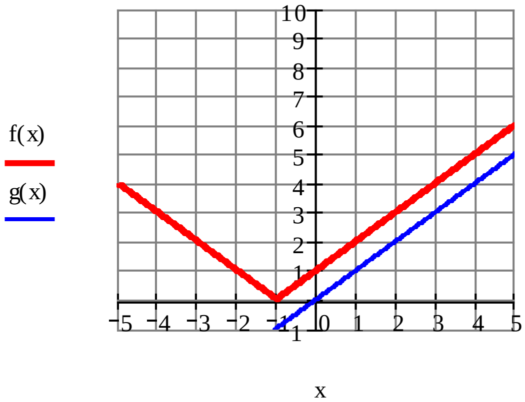


$\mathbf{0 < a < 1}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

Уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ не имеет решений.

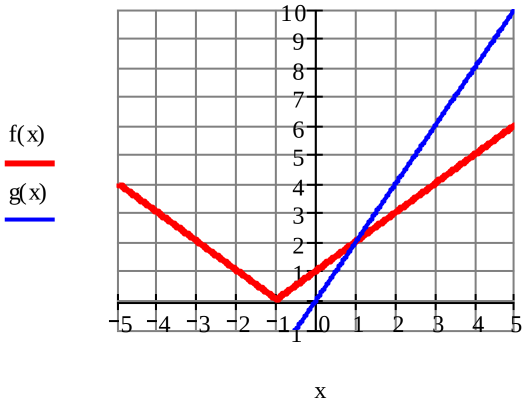


$\mathbf{a = 1}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

Уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ не имеет решений.



$\mathbf{a > 1}$

$\mathbf{f(x) = |x+1|,}$

$\mathbf{g(x) = ax.}$

Уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ имеет 1 решение.

Аналитический способ.

1. $a<-1,\ \begin{cases} ax\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+1=ax,\\ x+1=-ax;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0,\\ \left[\begin{array}{l} x(1-a)=-1,\\ x(1+a)=-1;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0,\\ \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{1-a},\\ x=-\dfrac{1}{1+a}.\end{array}\right.\end{cases}$ Т.к. $a<-1$, то $\begin{array}{l} -\dfrac{1}{1-a}<0,\\ -\dfrac{1}{1+a}>0,\end{array}$ и уравнение $|x+1|=ax$ имеет 1 решение $x=-\dfrac{1}{1-a}.$

2. $a=-1$ $|x+1|=-x$ $\begin{cases} -x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+1=-x,\\ x+1=x;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0,\\ x=-0{,}5;\end{cases}$ $x=-0{,}5$ уравнение $|x+1|=ax$ имеет 1 решение.

3. $-1<a<0$ $\begin{cases} ax\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+1=ax,\\ x+1=-ax;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0,\\ \left[\begin{array}{l} x(1-a)=-1,\\ x(1+a)=-1;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\le 0,\\ \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{1-a},\\ x=-\dfrac{1}{1+a}.\end{array}\right.\end{cases}$ Т.к. $-1<a<0$, то

$-\dfrac{1}{1-a}<0,$

$-\dfrac{1}{1+a}<0,$

уравнение $|x+1|=ax$ имеет 2 решения.

4. $a=0$ $\begin{array}{l} |x+1|=0,\\ x+1=0,\\ x=-1.\end{array}$ уравнение $|x+1|=ax$ имеет 1 решение.

5. $0<a<1$ $\begin{cases} ax\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+1=ax,\\ x+1=-ax;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x(1-a)=-1,\\ x(1+a)=-1;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{1-a},\\ x=-\dfrac{1}{1+a}.\end{array}\right.\end{cases}$ Т.к. $0<a<1$, то $\begin{array}{l} -\dfrac{1}{1-a}<0,\\ -\dfrac{1}{1+a}<0,\end{array}$ уравнение $|x+1|=ax$ не имеет решений.

6. $a=1$ $|x+1|=x$ $\begin{cases} x\ge 0,\\ \left[\begin{array}{l} x+1=-x,\\ x+1=x;\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 0,\\ x=-0{,}5;\end{cases}$ система решения не имеет, уравнение $|x+1|=ax$ не имеет решений.

7. $\mathbf{a > 1}$ $\begin{cases} \mathbf{ax \geq 0,} \\ \left[\begin{array}{l} \mathbf{x+1 = ax,} \\ \mathbf{x+1 = -ax;} \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} \mathbf{x \geq 0,} \\ \left[\begin{array}{l} \mathbf{x(1-a) = -1,} \\ \mathbf{x(1+a) = -1;} \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} \mathbf{x \geq 0,} \\ \left[\begin{array}{l} \mathbf{x = -\dfrac{1}{1-a},} \\ \mathbf{x = -\dfrac{1}{1+a}.} \end{array}\right. \end{cases}$ Т.к. $\mathbf{a > 1}$, то $\mathbf{-\dfrac{1}{1-a} > 0,}$ $\mathbf{-\dfrac{1}{1+a} < 0,}$ уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ имеет 1 решение.

Ответ: при $\mathbf{0 < a \leq 1}$ уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ не имеет решений;

при $\left[\begin{array}{l} \mathbf{a \leq -1,} \\ \mathbf{a = 0,} \\ \mathbf{a > 1.} \end{array}\right.$ уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ имеет 1 решение;

при $\mathbf{-1 < a < 0}$ уравнение $\mathbf{|x+1| = ax}$ имеет 2 решения.

Приложение 11

Мультимедийная презентация к урокам базового курса

Презентация выполнена учащимися 12 группы ЛИЕН при СГАУ им. Н.И. Вавилова Спицыной Татьяной и Суворовой Ольгой.

Материал, излагаемый в лекции, сопровождается мультимедийной презентацией, выполненной с помощью программы Microsoft Office PowerPoint. Использование мультимедийной презентации способствует интенсификации процесса обучения, делает его более наглядным и динамичным. Для успешного выполнения работы мы познакомились с теорией, посвящённой уравнениям, содержащим переменную под знаком модуля, заданиями из тестов ЦТ различных лет по данной теме, работой программы Microsoft Office PowerPoint и правилами составления мультимедийных презентаций.